1. Dérivation et convexité

- *La notion de dérivée* : définition, opérations sur les dérivées.

- *Théorème des accroissements finis* : notion d'extremum local, condition nécessaire d'extremum local, lemme de Rolle, théorème des accroissements finis, inégalité des accroissements finis, interprétation géométrique.

- *Application à la variation des fonctions* : sens de variation et signe de la dérivée, bijections.

- *Dérivées successives* : définition, fonctions de classe $\mathscr{C}^n$, opérations (avec la formule de Leibniz), passage sur le corps des nombres complexes $\mathbb{C}$.

- *Convexité* : définition par les cordes, convexité et pentes (avec le lemme des trois pentes), convexité et dérivée, convexité et dérivée seconde, inégalités de convexité (le graphe d'une fonction convexe dérivable est situé au-dessus de ses tangentes, inégalité de Jensen et application à l'inégalité arithmético-géométrique), fonctions concaves.

2. Etude pratique des suites

- *Le cas des suites « calculables »* : suites arithmétiques, géométriques, arithméticogéométriques, récurrentes linéaires d'ordre deux.

- *Etude qualitative des suites définies explicitement.*

- *Etude qualitative des suites définies par $u_{n+1} = f(u_n)$.*

- *Etude qualitative des suites définies implicitement.*

3. Questions de cours : intégration

Question de cours 1.

Enoncé et preuve du théorème fondamental du calcul intégral. Application au lien entre la notion de primitive et le calcul intégral.

Question de cours 2.

Soient $a < b$, $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ continue et positive telle que

$$\int_a^b f(t)dt = 0$$

Alors $f = 0$.

Question de cours 3.

Enoncé et preuve de l'inégalité de Cauchy-Schwarz.

Question de cours 4.

Définition d'une somme de Riemann pour une fonction $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ CPM. Enoncé et preuve du théorème de Riemann dans le cas d'une fonction C-lipschitzienne.

Question de cours 5.

Enoncé et preuve de la formule du changement de variable. Illustrer son utilisation par le calcul de

$$I = \int_0^1 \sqrt{1-u^2}\,du$$

4. Méthodes à maîtriser

- Savoir passer sur $\mathbb{C}$ ou appliquer la formule de Leibniz pour calculer des dérivées n-ièmes.

- Connaître les dérivées n-ièmes des expressions du type $\cos(t), \sin(t), (t-t_0)^m$ et $\frac{1}{1\pm t}$.

- Savoir énoncer et appliquer le théorème et l'inégalité des accroissements finis.

- Savoir énoncer et appliquer le lemme de Rolle.
- On prouve qu'une fonction deux fois dérivable sur un intervalle est convexe en montrant que $f'' \geqslant 0$.
- La convexité permet de prouver des inégalités : soit par la définition (ou l'inégalité généralisée de convexité), soit en positionnant les cordes par rapport à la courbe, soit par le lemme des trois pentes, soit en considérant les tangentes à la courbe.

5. Prochainement dans nos salles

- *L'analyse réelle* : intégration, développement limités.
- *Le retour de l'algèbre linéaire* : matrices, dualité, déterminants et systèmes linéaires.
- *Back to Geometry* : courbes planes.
- *Algèbre bilinéaire*.